BASE

Ejercicio 1. Determine una base para R^4 que incluya los vectores (1,0,1,0) y (0,1,-1,0).

1. Dan

- (1,0,1,0)
- (0,1,-1,0)

2. Piden

Determinar una base para R^4 que incluya los vectores dados.

3. Plan

- Utilizar una base cánonica, es decir una base natural.
- Formar un conjunto que contenga la base cánonica y los vectores dados

4. Ejecución

Sea $\{S_1, S_2, S_3, S_4\}$ de donde:

$S_1 = (1,0,0,0)$

$S_2 = (0,1,0,0)$

$S_3 = (0,0,1,0)$

$S_4 = (0,0,0,1)$

Sea R el subconjunto, entonces:

$R = (V_1, V_2, S_1, S_2, S_3, S_4)\}$

$\alpha_1 V_1 + \alpha_2 V_2 + \alpha_3 S_1 + \alpha_4 S_1 + \alpha_5 S_1 + \alpha_6 S_1 = (0,0,0,0)$

$\alpha_1(1,0,1,0) + \alpha_2(0,1,-1,0) + \alpha_3(1,0,0,0) + \alpha_4(0,1,0,0) + \alpha_5(0,0,1,0) + \alpha_6(0,0,0,1) = (0,0,0,0)$

$(\alpha_1, 0, \alpha_1, 0) + (0, \alpha_2, -\alpha_2, 0) + (\alpha_3, 0, 0, 0) + (0, \alpha_4, 0, 0) + (0, 0, \alpha_5 1, 0) + (0, 0, 0, \alpha_6) = (0,0,0,0)$

$(\alpha_1 + \alpha_3) + (\alpha_2 + \alpha_4) + (\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_5) + \alpha_6 = (0,0,0,0)$

$\alpha_1 + \alpha_3 = 0$

$\alpha_2 + \alpha_4 = 0$

$\alpha_1 - \alpha_2 + \alpha_5 = 0$

$\alpha_6 = 0$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

despues de realizar reducciones de Gauss Jordan; se obtuvo la siguiente matriz escalonada reducida:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5. Analisis

Despues de tener la matriz en su forma escalonada reducida se concluye que donde hay unos principales es donde se encuentras los vectores que forman la base, de esta forma los vectores serian

$\left\{V_1, V_2, S_3, S_6\right\}$ son una base para R^4 y como se puede ver contiene los vectores dados que son los siguientes:

$V_1 = (1, 0, 1, 0)$

$V_2 = (0, 1, -1, 0)$